



A Novel Noise Reduction Method for LFM Radar Signal Based on Multi-scale WT and Adaptive Thresholding

Javad Shirin¹, Mahdi Mohammadzadeh Lajavardi², Mohammad Reza Motadayyen^{3*}

1. M.Sc. Electrical Engineering - Radar, Khatam al-Anbia Air Defense University, Tehran, Iran

2. Assistant Professor at Khatam al-Anbia Air Defense University, Tehran, Iran

3. Faculty Member at Khatam al-Anbia Air Defense University, Tehran, Iran

Key words:

Wavelet transform
Signal-to-noise
ratio
enhancement
Linear frequency
modulation
Time-frequency
analysis
Denoising
Uniform linear
array antenna

Abstract

Processing linear frequency modulation (LFM) radar signals to reduce noise and improve the signal-to-noise ratio (SNR) is of great importance. This study proposes a novel method based on a discrete multi-scale wavelet transform and uniform linear array (ULA) sensors for denoising LFM signals in the presence of additive white Gaussian noise. The proposed approach involves receiving the signal through the sensor array, applying the multi-scale wavelet transform, selecting high-energy points in the time-frequency domain using adaptive thresholding, and applying a mask. This process enables effective noise removal while preserving signal details, thus ensuring an optimal balance between noise reduction and signal reconstruction accuracy through multi-scale analysis. Simulation results demonstrate that, with proper parameter tuning, including wavelet types (db4 and sym4) and sample numbers, the normalized root mean square error (RMS) decreased to less than 0.0007. Furthermore, the method performs satisfactorily even at low SNR levels, as low as approximately -15 dB, and outperforms conventional techniques in both noise reduction and signal reconstruction.

* Corresponding author's E-mail: DrMotedayen@ssau.ac.ir



روش نوین حذف نویز در سیگنال راداری LFM بر اساس تبدیل موجک چندمقیاسی و آستانه‌گذاری تطبیقی

جواد شیرین^۱، مهدی محمدزاده لاجوردی^۲، محمدرضا متدین^{۳*}

۱. کارشناسی ارشد مهندسی برق – رادار دانشگاه پدافند هوایی خاتم الانبیاء

۲. استادیار دانشگاه پدافند هوایی خاتم الانبیاء

۳. مدرس دانشگاه پدافند هوایی خاتم الانبیاء

واژگان کلیدی

تبدیل موجک

بهبود سیگنال به نویز

مدولاسیون فرکانس خطی

تحلیل زمان فرکانس

نویززدایی

آنتن آرایه خطی یکنواخت

چکیده

پردازش سیگنال‌های راداری مدولاسیون فرکانس خطی (LFM) برای کاهش نویز و بهبود نسبت سیگنال به نویز (SNR) اهمیت بالایی دارد. در این پژوهش، یک روش نوین مبتنی بر تبدیل موجک چندمقیاسی گسسته و آرایه حسگرهای خطی یکنواخت (ULA) برای حذف نویز سیگنال LFM در حضور نویز سفید گاوسی ارائه شده است. روش پیشنهادی شامل دریافت سیگنال توسط آرایه حسگر، اعمال تبدیل موجک چندمقیاسی و انتخاب نقاط پرانرژی در حوزه زمان-فرکانس با استفاده از آستانه‌گذاری تطبیقی و اعمال ماسک است. این فرآیند امکان حذف مؤثر نویز و حفظ جزئیات سیگنال را فراهم می‌کند و با تحلیل مقیاس‌های مختلف تعادل بهینه‌ای بین حذف نویز و دقت بازسازی سیگنال ایجاد می‌نماید. نتایج شبیه‌سازی نشان داد که با تنظیم مناسب پارامترها از جمله نوع موجک (db4 و sym4) و تعداد نمونه‌ها، خطای جذر میانگین مربعات (RMS) نرئالیزه به کمتر از ۰/۰۰۰۷ کاهش یافته است. همچنین عملکرد روش در SNR منفی (تا حدود ۱۵ dB-) نیز رضایت‌بخش بوده و نسبت به روش‌های منداول عملکرد بهتری در حذف نویز و بازسازی سیگنال ارائه داده است.

۱- مقدمه

مدولاسیون فرکانس خطی^۱ به‌عنوان یکی از رایج‌ترین روش‌های مدولاسیون در رادارهای مدرن، به دلیل ویژگی‌های منحصر به فرد خود، امکان

^۱ Linear Frequency Modulation (LFM)

پیچیدگی محاسباتی را بیشتر می سازد [۱۱]. دسته سوم، روش های مبتنی بر هوش مصنوعی که با بهره گیری از شبکه های عصبی عمیق، توانایی یادگیری و حذف نویزهای پیچیده را دارند، اگرچه نیاز به داده های آموزشی فراوان و زمان بر بودن فرآیند آموزش از چالش های اصلی آن هاست [۱۲]. دسته چهارم، فیلترهای تطبیقی که با سازگاری به تغییرات محیطی در حذف نویزهای غیرساکن مؤثرند، اما به تنظیم دقیق پارامترها وابسته بوده و در شرایط نویز بسیار پیچیده کارایی آن ها کاهش می یابد [۱۳]. دسته پنجم، روش های مبتنی بر تبدیل های ریاضی از جمله تبدیل موجک که با تحلیل دقیق سیگنال در حوزه زمان-فرکانس، امکان حذف نویز با حفظ اطلاعات سیگنال را فراهم می کنند؛ اگرچه انتخاب نادرست پارامترها می تواند به از دست رفتن اطلاعات منجر شود [۱۴]. دسته ششم، روش های پردازش چندکاناله که با استفاده از داده های دریافتی از چندین کانال، دقت کاهش نویز را افزایش می دهند، اما نیازمند تجهیزات پیچیده و هزینه بالا هستند [۱۵]. بنابراین، اشکال کلی روش های مرسوم حذف نویز این است که هیچ کدام به تنهایی قادر به حذف مؤثر نویز سیگنال های غیرایستا (غیرساکن) پیچیده مانند سیگنال LFM بدون از دست رفتن اطلاعات مهم نیستند. از طرفی، WT به دلیل قابلیت تحلیل همزمان در حوزه زمان و فرکانس، انعطاف پذیری بالا و توانایی حذف نویزهای پیچیده، به عنوان روشی مؤثر برای کاهش نویز سیگنال های LFM مورد توجه قرار گرفته است. در مرجع [۱۶]، تبدیل موجک در ترکیب با تحلیل چندمقیاسی پویا و کمینه سازی خطای تطبیقی سعی نموده نویز را در سیگنال گفتار کاهش دهد اما پیچیدگی محاسباتی بالا و وابستگی زیاد به تنظیم پارامترها از جمله معایب آن است. در مرجع [۱۷]، تبدیل موجک (WT) برای تشخیص سیگنال های ضعیف با SNR پایین و کاهش نویز به کار رفته است. به طور کلی، برخی از اشکالات مقالات حاضر مرتبط با روش های کاهش نویز مبتنی بر تبدیل موجک می توان به، پیچیدگی محاسباتی بالا که منجر به نیاز به منابع سخت افزاری قوی و زمان پردازش طولانی می شود، وابستگی به تنظیم دقیق پارامترها که ممکن است عملکرد روش را تحت تأثیر قرار دهد، و حساسیت محدود به نوع خاصی از نویز (مانند نویز گاوسی) که کارایی روش را در نویزهای پیچیده کاهش می دهد. همچنین، این روش ها

اندازه گیری دقیق تر فاصله و تفکیک بهتر اهداف نزدیک را فراهم می کند. با این وجود، نویز موجود در سیگنال دریافتی، به ویژه نویز گاوسی سفید، عملکرد سیستم های راداری را تحت تأثیر قرار می دهد و به همین دلیل نیازمند استفاده از روش های مؤثر برای بهبود نسبت سیگنال به نویز^۲ (SNR) می باشد. روش های متعددی برای کاهش نویز در سیگنال های LFM توسعه یافته اند که می توان آن ها را به چند دسته کلی تقسیم کرد: دسته نخست، روش های زمانی که به دلیل سادگی و سرعت بالا، برای حذف نویزهای ساده کاربرد دارند، ولی در مواجهه با نویزهای پیچیده و غیرساکن محدودیت هایی دارند [۱]. دسته دوم، روش های زمان فرکانس^۳ (TF) که با تحلیل همزمان سیگنال در دو حوزه، توانایی بهتری در شناسایی و حذف نویزهای غیرساکن دارند. این دسته شامل تکنیک هایی مانند تبدیل ویگنر-ویل و تبدیل موجک است که هر یک دارای مزایا و معایب خاص خود می باشند [۲]. تحلیل TF خود به دو بخش تحلیل خطی و مرتبه دوم تقسیم می شود. تحلیل خطی TF عمدتاً شامل تبدیل فوریه زمان کوتاه^۴ (STFT)، تبدیل گابور و تبدیل موجک^۵ (WT) است [۳]. در تبدیل STFT، پنجره به کار رفته تابع مستطیلی با عرض ثابت است که منجر به وضوح فرکانسی زمانی ضعیف می شود [۴]. در مقابل، تبدیل گابور از پنجره تابع گاوسی استفاده می کند. در میان این تبدیل ها، تبدیل موجک به عنوان ابزاری مؤثر در تحلیل TF شناخته می شود، زیرا در مواجهه با سیگنال های دارای ناپیوستگی تند، تقریب مناسبی ارائه می دهد، هرچند که نیازمند دانش پیشین درباره سیگنال مورد نظر است [۳]، [۵]. ابزارهای اصلی تحلیل TF عبارتند از: تحلیل STFT که پیچیدگی محاسباتی کمتری دارد اما خطای تخمین آن کمی بالاتر است [۳]؛ توزیع اسپکتروگرام^۶ (SPEC) که یکی از ساده ترین روش های تحلیل TF مرتبه دوم است و وضعیت انرژی سیگنال را نمایش می دهد [۷]؛ تحلیل بر اساس توزیع ویگنر ویل^۷ (WVD) که وضوح بهتری دارد ولی موجب ایجاد مؤلفه های تداخلی متقابل می شود [۳]؛ توزیع شبه ویگنر ویل هموارشده^۸ (SPWVD) که این مؤلفه های متقابل را کاهش می دهد اما هزینه محاسباتی بالاتر و کاهش عملکرد در شرایط SNR پایین دارد [۷]، [۸-۹] و توزیع شبه ویگنر ویل هموارشده مجدد^۹ (RSPWVD) که بر تداخل متقابل غلبه می کند ولی

^۶ Spectrogram (SPEC)

^۷ Wigner-Ville Distribution (WVD)

^۸ Smoothed Pseudo Wigner-Ville Distribution (SPWVD)

^۹ Reassigned Smoothed Pseudo Wigner-Ville distribution (RSPWVD)

^۲ Signal to Noise Ratio (SNR)

^۳ Time-Frequency (TF)

^۴ Short-Time Fourier Transform (STFT)

^۵ Wavelet Transform (WT)

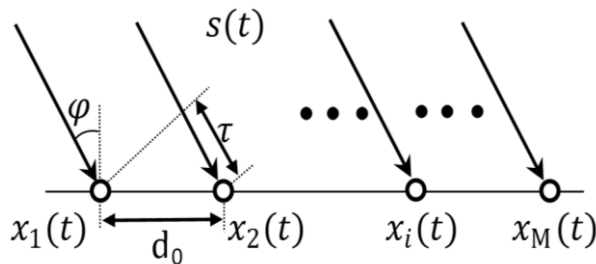
مطابق شکل (۱)، اگر فرض شود سیگنال $s(t)$ توسط یک ULA با M المان دریافت شود. فاصله بین المان‌های مجاور برابر d و جهت ورود سیگنال نسبت به محور عمود بر آرایه برابر φ است. سیگنال دریافتی در المان i ام به صورت زیر است:

$$x_i(t) = s(t + \tau_i) + n_i(t) \quad (4)$$

که در آن، τ_i ، تأخیر زمانی رسیده به المان i ام و $n_i(t)$ نویز گوسی اضافه‌شده به سیگنال با میانگین صفر ($E[n_i(t)] = 0$) و واریانس σ^2 (یعنی $\text{Var}[n_i(t)] = E[n_i(t)]^2 = \sigma^2$) تأخیر زمانی τ_i با فرض میدان دور به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tau_i = \frac{(i-1)d \cdot \sin(\varphi)}{c} \quad (5)$$

که در آن، d ، فاصله بین المان‌های آرایه، φ زاویه ورود سیگنال نسبت به آرایه، $c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{Sec}}$ سرعت نور (یا سرعت انتشار موج) است.



شکل (۱): ساختار ULA با M آرایه، با فاصله d بین دو آرایه مجاور

۳-۲- تقریب سیگنال در حالت باندباریک

بافرض باندباریک بودن سیگنال LFM و ثابت بودن دامنه در تأخیرهای بسیار کوچک، رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$s(t + \tau_i) = s(t) \cdot e^{j2\pi f(t)\tau_i} \quad (6)$$

این تقریب نشان می‌دهد که تأخیر زمانی باعث ایجاد یک چرخش فازی در سیگنال دریافتی می‌شود که وابسته به فرکانس لحظه‌ای $f(t)$ و تأخیر τ_i است.

۴-۲- مدل برداری سیگنال دریافتی

با نوشتن معادله برای تمام المان‌های آرایه به صورت برداری:

معمولاً برای کاربردهای بلادرنک مناسب نیستند و در بسیاری از موارد، ارزیابی جامعی با تکنیک‌های جدیدتر مانند یادگیری عمیق انجام نشده است. در نهایت، آزمایش‌های عملی و واقعی روی داده‌های نویزی پیچیده کمتر انجام شده است. این مقاله، به کاهش نویز سیگنال LFM با استفاده از تبدیل موجک چندمقیاسی گسسته و آرایه حسگرهای خطی یکنواخت می‌پردازد. در بخش دوم، مدل سیگنال برای دریافت تک سیگنال توسط ULA مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش سوم، روابط ریاضی پایه مرتبط با روش پیشنهادی شامل تبدیل موجک چندمقیاسی، آستانه‌گذاری تطبیقی ارائه می‌گردد. در بخش چهارم، روش پیشنهادی (شامل انتخاب پایه موجک مناسب، انتخاب نقاط پرانرژی در حوزه TF با استفاده از آستانه‌گذاری تطبیقی، بازسازی سیگنال و وزن دهی به عنوان بخش‌های اصلی) برای حل مسئله بیان می‌شود. در بخش پنجم، نتایج حاصل از شبیه‌سازی برای ارزیابی عملکرد روش ارائه شده مورد بررسی قرار می‌گیرد. در نهایت، در بخش ششم، نتیجه‌گیری کلی از انجام پژوهش بیان می‌شود.

۲- مدل سیگنال

سیگنال LFM متغیر با زمان و غیرایستا به صورت زیر تعریف شود:

$$s(t) = A \cdot \text{rect}\left(\frac{t - \frac{T}{2}}{\frac{T}{2}}\right) \cdot \cos\left(2\pi\left(f_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}\right)\right) \quad (1)$$

که در آن، A دامنه سیگنال، f_0 فرکانس شروع^{۱۰}، α نرخ تغییر فرکانس^{۱۱}، T مدت زمان مشاهده سیگنال و تابع $\text{rect}(\cdot)$ بازه $[0, T]$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{rect}\left(\frac{t - \frac{T}{2}}{\frac{T}{2}}\right) = \begin{cases} 1 & t < T/2 \\ 0 & t > T/2 \end{cases} \quad (2)$$

۲-۱- نمایش تحلیلی سیگنال

برای تحلیل دقیق‌تر، از نمایش تحلیلی سیگنال استفاده می‌شود:

$$s(t) = a(t) e^{j2\pi\left(f_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2\right)} \quad (3)$$

که در آن، $a(t) \approx A$ ، پوش سیگنال (دامنه) ثابت، فاز لحظه‌ای $\phi(t) = 2\pi\left(f_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2\right)$ و فرکانس لحظه‌ای برابر $f(t) = f_0 + \alpha t$ است.

۲-۲- دریافت سیگنال توسط آرایه ULA

^{۱۱} Chirp Rate

^{۱۰} Starting Frequency

آسان و محاسبات کم هزینه ای دارد، اما در حضور نویز و تداخل محدودیت هایی دارد.

۳-۱-۲- وزن دهی MVDR

با استفاده از ماتریس کوواریانس ورودی، وزن هایی را تعیین می کند که توان خروجی را به حداقل رسانده ولی پاسخ سیگنال هدف را حفظ می کند. این کار باعث بهبود SNR و کاهش تداخل می شود. بردار وزن MVDR به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mathbf{w}_{MVDR} = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\varphi)}{\mathbf{a}^H(\varphi) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\varphi)} \quad (10)$$

که در آن، $\mathbf{R}$ ماتریس کوواریانس سیگنال ورودی آرایه، $\mathbf{a}(\varphi)$ بردار پاسخ آرایه در جهت زاویه φ و $(\cdot)^H$ عملگر ترانپوز مزدوج^{۱۴} است. برای سیگنال دریافتی برداری $\mathbf{X}(t) \in C^{M \times 1}$ ، سیگنال هم محور سازی شده با ضرب وزن MVDR به شکل زیر به دست می آید:

$\mathbf{X}_{coh}(t) = \mathbf{w}_{MVDR}^H(t) \mathbf{X}(t)$ (۱۱)
که در آن، $\mathbf{X}_{coh}(t) \in C^{M \times 1}$ سیگنال هم محور سازی شده خروجی است. به طور کلی، هم محور سازی بخشی اختیاری اما بسیار مهم برای بهبود کیفیت سیگنال دریافتی است. می تواند به عنوان پیش پردازش قبل از تبدیل موجک استفاده شود تا سیگنال ورودی با SNR بهتر وارد مرحله تبدیل شود. همچنین پس از تبدیل موجک معکوس برای بازیابی دقیق تر سیگنال تک منبع کاربرد دارد.

۳-۲- تبدیل موجک گسسته^{۱۵}

در DWT چند مقیاسی، سیگنال به سطوح (باند های فرکانسی) مختلف تجزیه می شود و در هر سطح، اطلاعات فرکانسی-زمانی خاصی استخراج می شود. تبدیل موجک گسسته سیگنال $y_{total}[n]$ را در چند سطح J به ضرایب تقریب و جزئیات تجزیه می کند:

$\{a_j[k], d_j[k]\}_{j=1}^J = \text{DWT}(y_{total}[n])$ (۱۲)
در آن، $a_j[k]$ ضرایب تقریب (فرکانس های پایین) و $d_j[k]$ ضرایب جزئیات (فرکانس های بالا در سطح j) است. فرمول WT پیوسته در حالت گسسته به صورت زیر است:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{a}(\varphi) s(t) + \mathbf{N}(t) \quad (7)$$

که در آن، $\mathbf{X}(t) \in C^{M \times 1}$ بردار سیگنال دریافتی (بردار مشاهدات)، $s(t) \in C^{1 \times 1}$ سیگنال منبع، $\mathbf{N}(t) \in C^{M \times 1}$ بردار نویز، $\mathbf{a}(\varphi) \in C^{M \times 1}$ است پاسخ آرایه به شکل زیر خواهد بود:

$$\mathbf{a}(\varphi) = \begin{bmatrix} e^{j\varphi \text{aff}(t)\tau_1} \\ e^{j\varphi \text{aff}(t)\tau_2} \\ \vdots \\ e^{j\varphi \text{aff}(t)\tau_M} \end{bmatrix} \quad (8)$$

۲-۵- فرضیات اصلی مدل

اگر فرض شود فقط یک سیگنال LFM از منبع دور دریافت می شود. زاویه ورود φ در طول مدت مشاهده T ثابت و سیگنال و نویز غیر همبسته هستند در آن صورت:

$$R_{s,n}(\tau) = E[s(t) \cdot n(t+\tau)] = 0, \forall \tau \quad (9)$$

نویز در المان های مختلف آرایه مستقل و گوسی سفید است. سیگنال باند باریک در نظر گرفته و تغییر دامنه و فاز با تاخیرهای کوچک قابل صرف نظر و فاصله بین المان ها کوچکتر از نصف طول موج است. بنابراین در این بخش، مدل ریاضی سیگنال دریافتی LFM توسط آرایه ULA ارائه شد. این مدل پایه ریاضی لازم برای مراحل بعدی از جمله کاهش نویز با استفاده از WT، تحلیل TF و تکنیک های پردازش آرایه ای را فراهم می نماید.

۳- روابط پایه حل مسئله

قبل از اعمال WT روی داده های خروجی ULA، بهتراست پیش پردازشی روی سیگنال LFM که تغییرات فرکانسی خطی و سریعی دارد انجام شود تا SNR بهبود یافته و نویز کاهش یابد. این مرحله اختیاری است اما تأثیر مثبتی دارد.

۳-۱- هم محور سازی^{۱۲}

فرآیندی است که با جبران تأخیرهای زمانی، سیگنال های دریافتی از آرایه ULA را هم فاز کرده و جمع می کند تا SNR و کیفیت سیگنال برای پردازش های بعدی افزایش یابد. هم محور سازی می تواند بر مبنای وزن دهی ساده و یا از نوع^{۱۳} MVDR تقسیم بندی شود:

۳-۱-۱- وزن دهی ساده

به صورت یکسان یا فقط با جبران تأخیر زمانی انجام می شود و کاربری

^{۱۴} Hermitian transpose

^{۱۵} Discrete Wavelet Transform (DWT)

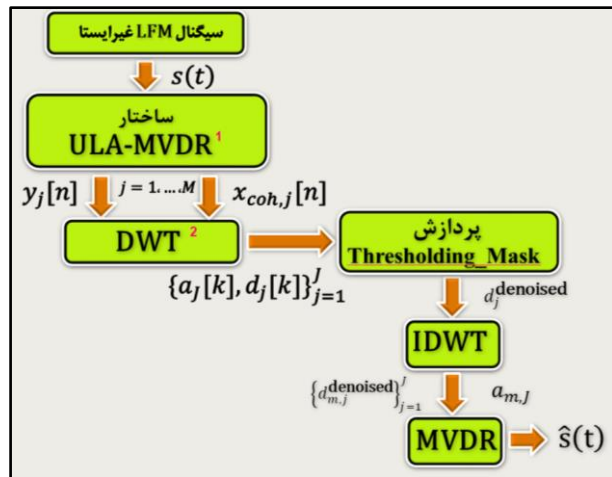
^{۱۲} Coherent Beamforming

^{۱۳} Minimum Variance Distortionless Response (MVDR)

TF برخوردار است، که اجرای هماهنگ و مؤثری را در سیستم‌های پیچیده فراهم می‌سازد.

۴-۱- دریافت سیگنال توسط ULA

مطابق شکل (۱)، سیگنال LFM توسط ULA دریافت می‌شود. سیگنال دریافتی $X(t)$ از تمام المان‌های آرایه با استفاده از فرم برداری به صورت رابطه (۷) مدل‌سازی شده است. در این مدل، هر المان آرایه سیگنال را با اختلاف



شکل (۲): نمایش ساختار مفهومی روش پیشنهادی

زمانی (فازی) متناسب با زاویه ورود φ دریافت می‌کند که امکان تحلیل فضایی و پردازش سیگنال را فراهم می‌آورد. سیگنال دریافتی با زاویه ورود φ به هر آنتن آرایه با تأخیر فازی متفاوت می‌رسد چون مسیر حرکت موج به هر آنتن کمی متفاوت است. با وزن‌دهی و جابجایی فازهای مناسب، سیگنال از این زاویه ورود در تمام آنتن‌ها هم‌فاز می‌شود و وقتی جمع‌زده شود، تقویت می‌شود. از طرفی، نویز و تداخل از زاویه‌های دیگر این هماهنگی را ندارند و بنابراین وقتی جمع می‌شوند، «هم‌افزایی» ندارند و کاهش می‌یابند. بنابراین، پردازش آرایه جایگزین مناسبی برای تک‌آرایه در تقویت SNR محسوب می‌گردد.

۴-۲- پیش‌پردازش (وزن‌دهی MVDR)

برای بهبود کیفیت سیگنال و کاهش نویز، داده‌ها با روش هم‌محورسازی^{۱۷} و فیلتر MVDR وزن‌دهی می‌شوند تا نویزهای جهت‌دار حذف و سیگنال تقویت شود. اجرای این مرحله اگرچه اختیاری است، اما می‌تواند دقت نتایج را به‌طور محسوسی افزایش دهد. سیگنال هم‌محورسازی شده در زمان t از حاصل ضرب داخلی وزن $w^H(t)$ بردار مشاهده $X(t)$ مطابق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$W[s,k] = \frac{1}{\sqrt{s}} \sum_{n=0}^{N-1} y_{\text{total}}[n] \cdot \psi^* \left(\frac{n-k}{s} \right) \quad (13)$$

که $\psi(t)$ موجک پایه و s, k پارامترهای مقیاس و جابجایی هستند. برخی موجک‌های پایه رایج گسسته عبارتند از: Daubechies (dbN), Symlets (symN) و Coiflets. این موجک‌ها از طریق ضرب‌های فیلتر پایین‌گذر $h[n]$ و ضرب‌های فیلتر بالاگذر $g[n]$ تعریف می‌شوند. بخش فرکانس پایین و بخش فرکانس بالا را استخراج می‌کند. عمل نویززدایی با پردازش ضرایب خروجی تبدیل موجک انجام می‌شود. به این صورت که با انتخاب نقاط ماکزیمم و اعمال آستانه‌گذاری (عبور ضرایب از سطح آستانه)، ضرایب مربوط به نویز حذف یا کاهش می‌یابند و ضرایب سیگنال اصلی حفظ می‌شوند. این روش باعث بهبود کیفیت سیگنال و کاهش نویز می‌شود.

۳-۳- تبدیل موجک گسسته معکوس^{۱۶}

پس از آستانه‌گذاری و اصلاح ضرایب موجک، با استفاده از IDWT سیگنال بازسازی می‌شود. در این مرحله، ضرایب تقریب $a_j[k]$ و ضرایب جزئیات آستانه‌گذاری شده $\hat{d}_j[k]$ برای بازسازی سیگنال نویززدایی شده $\hat{y}_{\text{total}}[n]$ استفاده می‌شوند.

۴- روش پیشنهادی

در این مقاله، روشی نوین برای حذف نویز و بازیابی سیگنال LFM در محیط نویزی، با هدف افزایش SNR و کاهش خطای بازسازی، ارائه شده است. مطابق شکل (۲) روش پیشنهادی شامل دریافت سیگنال توسط آرایه حسگر، اعمال WT چندمقیاسی و انتخاب نقاط پرانرژی در حوزه TF با استفاده از آستانه‌گذاری تطبیقی است. این ساختار، امکان جداسازی مؤثر نویز از اجزای مفید سیگنال را فراهم کرده و تعادل مناسبی میان حفظ ساختار سیگنال و حذف نویز تصادفی ایجاد می‌کند. برخی از ویژگی‌های روش پیشنهادی عبارتند از:

۱- انتخاب بهینه موجک مادر (مانند db4 و sym4) و تنظیم دقیق پارامترها نظیر سطح تجزیه و آستانه‌گذاری، موجب بهبود SNR و حفظ اطلاعات سیگنال می‌شود.

۲- تحلیل TF دقیق با تبدیل موجک، امکان شناسایی همزمان تغییرات زمانی و فرکانسی سیگنال LFM و کاهش مؤثر نویز را فراهم می‌کند.

۳- روش پیشنهادی علاوه بر انعطاف‌پذیری در تنظیم پارامترها، از قابلیت بالایی در هماهنگی با سایر بخش‌های پردازش سیگنال مانند پردازش آرایه و تحلیل

^{۱۷} Coherent integration

^{۱۶} Inverse Discrete Wavelet Transform (IDWT)

که در آن طول بردار ضرایب $L_j = N/2^j$ است. در این صورت، انرژی هر ضریب جزئی به صورت مربع قدر مطلق آن تعریف می شود:

$$E_j(k) = |d_j(k)|^2, k = 1, 2, \dots, L_j \quad (17)$$

رابطه (۱۷) یک معیار ساده، مؤثر و همواره مثبت برای سنجش «اهمیت» هر ضریب در تجزیه موجکی است. این ویژگی آن را به ابزاری مناسب برای شناسایی نواحی مهم سیگنال، تنظیم آستانه ها و تصمیم گیری در فرآیندهایی مانند فشرده سازی، حذف نویز یا استخراج ویژگی تبدیل می کند.

۴-۵- تعیین آستانه انرژی T_j

آستانه انرژی T_j به صورت ترکیبی از میانگین و انحراف معیار انرژی ضرایب سطح j تعریف می شود:

$$T_j = \bar{E}_j + \alpha \cdot \sigma_j \quad (18)$$

که در آن، $\bar{E}_j = \frac{1}{L_j} \sum_{k=1}^{L_j} E_j(k)$ میانگین انرژی ضرایب است، $\sigma_j = \left(\frac{1}{L_j} \sum_{k=1}^{L_j} (E_j(k) - \bar{E}_j)^2 \right)^{1/2}$ انحراف معیار انرژی و α ضریب وزنی آستانه ($0.5 < \alpha < 1$) است.

۴-۶- استخراج نقاط پرانرژی

مجموعه اندیس های (موقعیت) نقاط پرانرژی در سطح j به صورت زیر تعریف می شود:

$$I_j = \{k \mid E_j(k) > T_j\} \quad (19)$$

که در آن، k اندیس نمونه (موقعیت) ضریب جزئی در سطح j ، $E_j(k)$ انرژی ضریب جزئی در موقعیت k و سطح j و T_j آستانه انرژی برای سطح j است، در رابطه (۱۷)، هر $k \in I_j$ اندیس نمونه ای است که انرژی ضریب جزئی در آن بالاتر از آستانه است. در این صورت، برای هر حسگر m و سطح j ، نقاط پرانرژی برابر می گردد با:

$$E_{high}(m, j) = \begin{bmatrix} k_1 & E_j(k_1) \\ k_2 & E_j(k_2) \\ \vdots & \vdots \\ k_p & E_j(k_p) \end{bmatrix} \quad (20)$$

ستون اول ماتریس $E_{high}(m, j)$ شامل اندیس های (موقعیت های) نقاطی است که انرژی در آن ها از آستانه مشخصی فراتر رفته است. ستون دوم ماتریس $E_{high}(m, j)$ انرژی مربوط به هر اندیس را نشان می دهد. در حالت کلی، با تعریف آستانه انرژی T_j به صورت ترکیبی از میانگین و انحراف معیار انرژی

$$X_{coh}(t) = w^H(t)X(t) \quad (14)$$

با جایگزینی رابطه (۷) در (۱۴) و به ازای $\sum_{i=1}^M 1 = M$ سیگنال هم محور سازی شده برابر است با:

$$X_{coh}(t) = Ms(t) + \tilde{n}(t) \quad (15)$$

که در آن، $\tilde{n}(t)$ نویز مؤثر پس از هم محور سازی. این نویز حاصل ترکیب نویزهای تصادفی همه آنتن ها پس از اعمال وزن های فازی است. در رابطه (۱۵)، $X_{coh}(t)$ این سیگنال حاصل جمع و هم فاز سازی سیگنال های دریافتی از M آنتن است. به طور خلاصه، مرحله اختیاری هم محور سازی باعث تقویت سیگنال، کاهش نویز و افزایش SNR با جمع سیگنال های هم فاز شده از تمام آنتن ها می شود.

۴-۳- تبدیل موجک گسسته

مطابق رابطه (۱۱)، سیگنال پیش پردازش شده $x_{coh}(t)$ تحت DWT قرار می گیرد و ضرایب $\{a_j[k], d_j[k]\}_{j=1}^J$ حاصل می شوند که در آن، $a_j[k]$ ضرایب تقریب در سطح J (اطلاعات کلی و کم فرکانس سیگنال)؛ $d_j[k]$ ضرایب جزئیات در سطوح مختلف $j = 1$ تا J (اطلاعات پر جزئیات، لبه ها، و نویز احتمالی)، طول هر سطح $L_j = N/2^j$ است. به ازای $J = 5$ ، L_j برابر خواهد بود با:

$$L_j|_{j=1}^5 = \{N/2, N/4, N/8, N/16, N/32\}$$

فرکانس نمونه برداری f_s قبل از DWT صورت می گیرد اما فرکانس نمونه برداری در هر سطح $f_s/2^j$ است. یعنی:

$$f_{sj}|_{j=1}^5 = \{f_s/2, f_s/4, f_s/8, f_s/16, f_s/32\}$$

۴-۴- شناسایی نقاط پرانرژی و اعمال ماسک

در پردازش سیگنال های موجکی، شناسایی نقاط با انرژی بالا در ضرایب جزئی $d_j[k]$ به تشخیص و جداسازی بخش های مهم و پر قدرت سیگنال از نویز و اطلاعات کم اهمیت کمک می کند. این کار با تعیین آستانه ای مبتنی بر آمار انرژی ضرایب انجام می شود تا فقط نمونه هایی که نشان دهنده ویژگی های برجسته سیگنال هستند انتخاب شوند. فرض کنیم در سطح j بردار ضرایب جزئی به صورت زیر تعریف شده باشد:

$$d_j = [d_j(1), d_j(2), \dots, d_j(L_j)] \quad (16)$$

$$E_{\text{original}} = \sum_k |d_j(k)|^2 \quad (24)$$

انرژی بعد از حذف نویز:

$$E_{\text{preserved}} = \sum_k |d_j^{\text{denoised}}(k)|^2 \quad (25)$$

درصد نسبت انرژی حفظ شده برابر است با:

$$\text{Energy Ratio} = \frac{E_{\text{preserved}}}{E_{\text{original}}} \times 100 \quad (26)$$

این نسبت نشان می‌دهد چه درصدی از انرژی اصلی ضرایب جزئی بعد از اعمال ماسک حفظ شده است.

۴-۱۰- اعمال تبدیل معکوس موجک

تبدیل معکوس موجک (IDWT) برای بازسازی سیگنال اصلی از ضرایب تقریبی و جزئی موجک در سطوح مختلف طبق رابطه زیر تعریف می‌گردد:

$$x_m^{\text{denoised}} = \text{IDWT} \left(a_{m,j}, \{d_{m,j}^{\text{denoised}}\}_{j=1}^J; wname \right) \quad (27)$$

که در آن، a_m ، ضرایب تقریبی در سطح آخر J است (حاوی اطلاعات فرکانس پایین سیگنال)؛ $\{d_{m,j}^{\text{denoised}}\}_{j=1}^J$ ، مجموعه ضرایب جزئی در سطوح $J, \dots, 1$ است (حاوی اطلاعات فرکانس بالا و جزئیات سیگنال)، $wname$ ، نام موجک مادر است (برای مثال «db4»). این مرحله برای تمام حسگرها تکرار می‌شود و در نهایت یک ماتریس داده به صورت $\mathbf{X}_{\text{denoised}} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ ، شکل می‌گیرد که در آن هر ردیف، سیگنال بازسازی شده نویززدایی شده از یک حسگر است. بنابراین، با اعمال ماسک و حذف نویز بر ضرایب جزئی، نویزهای فرکانس بالا به‌طور موثری کاهش می‌یابند. همچنین، استفاده همزمان از ضرایب تقریبی اصلی و ضرایب جزئی نویززدایی شده باعث می‌شود که سیگنال بازسازی شده حاوی اطلاعات کلیدی باشد و در عین حال نویزهای ناخواسته حذف گردند. در این فرآیند، با حفظ ضرایب تقریبی a_m که بخش اصلی و مهم سیگنال را در بر دارند و اعمال ماسک نویززدایی بر ضرایب جزئی $\{d_{m,j}^{\text{denoised}}\}_{j=1}^J$ ، تبدیل موجک معکوس قادر است سیگنال اولیه را با کمترین میزان اتلاف اطلاعات بازسازی کند. انتخاب مناسب نوع موجک نیز نقش مهمی در بهبود کیفیت بازسازی و حفظ شکل اصلی سیگنال ایفا می‌کند.

ضرایب جزئی، نقاطی که انرژی آن‌ها به طور قابل توجهی از متوسط انرژی سطح فراتر است، به عنوان نقاط پرانرژی شناخته می‌شوند. خروجی این بخش، مجموعه نقاط پرانرژی به همراه انرژی متناظر آن‌ها است که برای تحلیل‌های بعدی بسیار مفید می‌باشد.

۴-۷- ایجاد ماسک برای نگه‌داشتن نقاط پرانرژی و حذف

نویز

ماسک مشخص می‌کند کدام ضرایب (نقاط) باید نگه داشته شوند و کدام‌ها حذف شوند. به عبارتی، این ماسک مانند فیلتر انتخابی عمل می‌کند که فقط بخش‌های پرانرژی سیگنال را عبور می‌دهد و بخش‌های کم‌انرژی (معمولاً نویز) را مسدود می‌کند. ماسک معمولاً یک بردار بولی^{۱۸} است که در هر موقعیت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{mask}[k] = \begin{cases} \text{true} & \text{if } k \in I_j \\ \text{false} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (28)$$

یا با استفاده از نمایش شاخصی (نماد تابع نشانگر):

$$\text{mask}(k) = 1_{k \in I_j} = \begin{cases} 1, & \text{if } E_j(k) > T_j \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (29)$$

این ماسک مشخص می‌کند که کدام ضرایب باید نگه داشته شوند (با مقدار یک) و کدام‌ها باید حذف شوند (با مقدار صفر). نماد متداول برای تابع نشانگر معمولاً «۱» (عدد یک) است که نشان می‌دهد شرط برقرار است (True) و «۰» وقتی شرط برقرار نیست.

۴-۸- اعمال ماسک روی ضرایب جزئی

رابطه اعمال ماسک به ضرایب برابر با:

$$d_j^{\text{denoised}}(k) = d_j(k) \times \text{mask}(k) \quad (30)$$

که در آن، $d_j(k)$ ضریب جزئی اصلی در موقعیت k و سطح j ، $d_j^{\text{denoised}}(k)$ ضریب جزئی پس از حذف نویز و علامت ضرب ($\times$)، ضرب عنصر به عنصر (عنصر در ماسک) می‌باشد. فقط ضرایبی که ماسک‌شان ۱ باشد باقی می‌مانند، بقیه صفر می‌شوند و حذف می‌شوند.

۴-۹- محاسبه نسبت انرژی حفظ شده

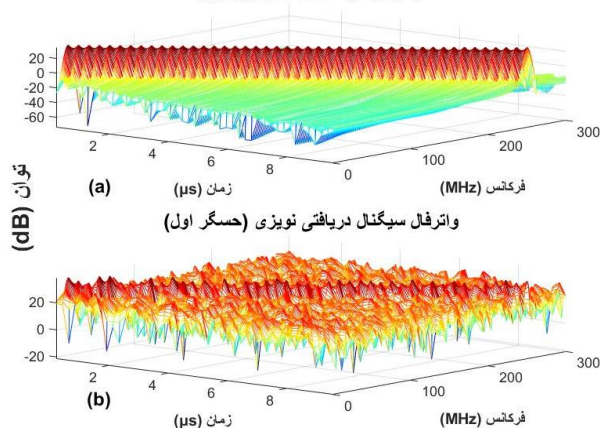
انرژی کل ضرایب سطح J قبل از حذف نویز:

^۱ Boolean vector

مشخصات اصلی در جدول (۱) آمده است. طبق جدول (۱)، سیگنال LFM استفاده شده در این روش به دلیل پهنای باند وسیع و پالس های کوتاه، امکان تفکیک دقیق در حوزه های زمان و فرکانس را فراهم می کند. آرایه ی ULA با سه المان و فاصله گذاری بهینه بین آن ها، دقت تعیین زاویه ی ورود سیگنال را افزایش می دهد. همچنین، افزایش تعداد المان های آرایه و بهبود SNR می تواند موجب ارتقاء عملکرد و پایداری بیشتر سیستم شود. شکل ۳، نمودار آبراه سه بعدی تحلیل سیگنال LFM را در دو حالت بدون نویز و نویز نمایش می دهد. در این نمودار، توان سیگنال در طول زمان و فرکانس به صورت واضح و منظم دیده می شود. شیب خط مورب نمایانگر تغییر خطی فرکانس سیگنال در طول زمان است که مشخصه اصلی سیگنال LFM است. این نمایش نشان می دهد که سیگنال چگونه طی زمان فرکانس خود را تغییر می دهد و قدرت آن چقدر است.

در شکل ۳-b، علاوه بر خط مورب مشخص LFM، نویز باعث شده سیگنال در برخی نقاط دچار تغییرات پراکنده و افزایش نویز در توان شود.

واترفال سیگنال LFM بدون نویز



شکل (۳): نمایش نمودار واترفال سه بعدی سیگنال LFM در حالت (a) بدون نویز (b) نویزی

۴-۱۱- ترکیب سیگنال های حسگر با وزن دهی MVDR

برای افزایش SNR و حذف تداخلات جهت دار، از فیلتر MVDR استفاده می شود. این مرحله مشابه پیش پردازش هم محور سازی شده طبق روابط (۱۳) و (۱۴) است، اما در اینجا روی داده های نویز زدایی شده اجرا می شود:

$$\mathbf{x}_{\text{recovered}}(t) = \mathbf{w}_{\text{MVDR}}^H \mathbf{x}_{\text{denoised}}(t) \quad (28)$$

که در آن $\mathbf{w}_{\text{MVDR}}^H$ همان وزن محاسبه شده قبلی است که از ماتریس کوواریانس و بردار جهت دهنده به دست آمده است. بنابراین، مرحله IDWT داده های نویز زدایی شده هر حسگر را بازیابی می کند. مرحله MVDR داده ها را ترکیب می کند تا سیگنال نهایی از زاویه مورد نظر استخراج شود. این فرآیند ترکیبی، بهبود قابل توجهی در SNR نهایی و کیفیت بازسازی سیگنال LFM به همراه دارد.

به طور خلاصه، روش پیشنهادی شامل دریافت سیگنال توسط آرایه حسگر، حذف نویز با تبدیل موجک و آستانه گذاری تطبیقی برای انتخاب نقاط پر انرژی، بازسازی سیگنال با تبدیل معکوس موجک و در نهایت وزندهی داده های بازسازی شده با فیلتر MVDR است که منجر به افزایش SNR و بهبود کیفیت سیگنال می شود. با به کارگیری روش مذکور، دو ویژگی متمایز روش پیشنهادی عبارتند از:

۱. جداسازی نویز به صورت مؤثر با استفاده از آستانه گذاری تطبیقی در حوزه تبدیل موجک.
۲. تقویت سیگنال و کاهش نویز جهت دار با وزندهی MVDR پس از بازسازی سیگنال.

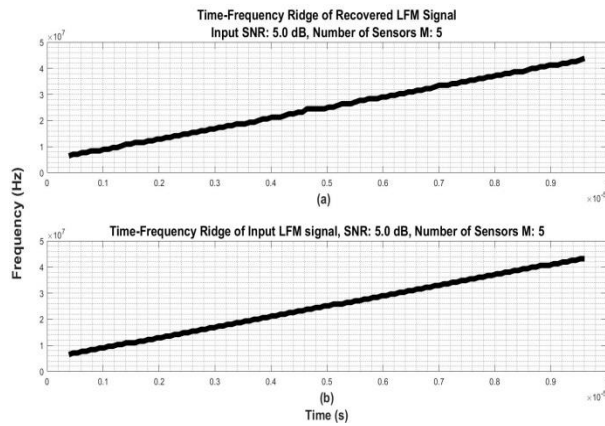
۵- ارزیابی روش پیشنهادی

سیگنال LFM غیر ایستا با پهنای باند $B < 45$ MHz، تغییر خطی فرکانس از f_0 تا $B + f_0$ در بازه زمانی $T = [3, 10 - 6]$ s و نمونه برداری

جدول (۱): خلاصه مشخصات اصلی سیگنال LFM

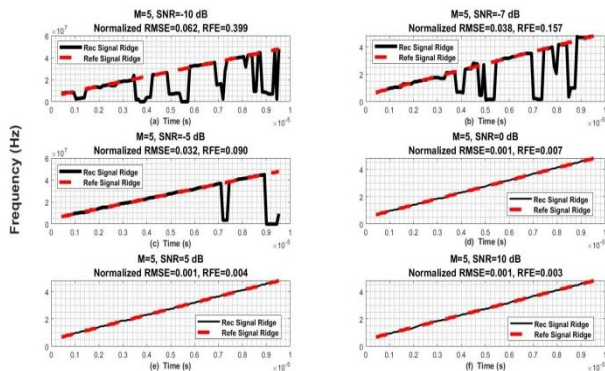
پارامتر سیگنال	مقدار	پارامتر سیگنال	مقدار
محدوده مدت زمان پالس T	میلی - میکرو ثانیه	تعداد حسگرهای M	حداقل یک حسگر
پهنای باند B	$B < 45$ MHz	فاصله بین حسگرها	0.5 متر
فرکانس شروع f_0	حداقل 5 MHz	زاویه ورود سیگنال	30 درجه
فرکانس نمونه برداری f_s	حداقل 100 MHz	نویز محیطی	AWG

با نرخ $f_s > 100$ MHz (شرط نایکوئیست) با نویز AWG و آرایه ULA با فاصله بین المان ها $d_0 = 0.5\lambda$ در نظر بگیرید. ضمن این که تعداد آنتن حداقل یکی بوده و زاویه ورود سیگنال $\varphi = 30^\circ$ فرض گردیده است.

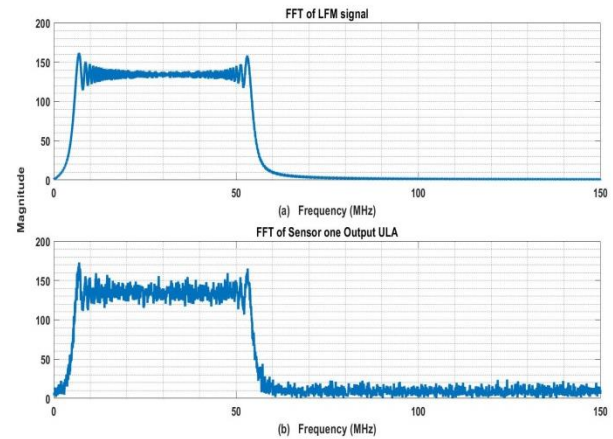


شکل (۵): نمایش لبه‌های سیگنال LFM نویزی در حوزه زمان فرکانس سیگنال (a) بازیابی شده (b) مرجع

به‌طور خلاصه، روش پیشنهادی در بازیابی لبه‌های فرکانسی سیگنال LFM در شرایط گفته شده به خوبی عمل می‌کند. لبه فرکانسی بازیابی شده بسیار نزدیک به لبه فرکانسی سیگنال اصلی است که نشان‌دهنده موفقیت الگوریتم در حذف نویز و حفظ ساختار سیگنال است. این نتیجه تأیید می‌کند که استفاده از DWT و تکنیک‌های حذف نویز مبتنی بر انرژی در حوزه موجک می‌تواند به‌طور مؤثری کیفیت بازیابی سیگنال‌های LFM را در سیستم‌های چند حسگری بهبود دهد. ضمن اینکه انتخاب پارامترهایی مانند تعداد سطوح ویولت ($J=7$)، نوع موجک مادر $\{db4\}$ و آستانه (0.9) مناسب بوده و باعث حفظ جزئیات سیگنال در فرکانس-زمان شده است. شکل ۶ خطای RMS نرمالیزه شده لبه‌های فرکانسی سیگنال بازیابی شده را به‌ازای $SNR=[-10, -5, 0, 5, 10]$ و $-7, -5, 0, 5, 10$ در مقایسه با سیگنال مرجع نشان می‌دهد.



شکل (۶): نمایش تأثیر افزایش SNR بر بهبود تخمین لبه‌های سیگنال LFM نویزی



شکل (۴): نمایش FFT سیگنال LFM در حالت ارسالی (a) دریافتی آغشته به نویز توسط حسگر اول ULA

در کل، این دو نمودار نشان می‌دهند چگونه حضور نویز می‌تواند ساختار زمانی-فرکانسی سیگنال LFM را تحت تأثیر قرار دهد و اهمیت فیلترسازی و پردازش سیگنال در بهبود SNR و آشکارسازی سیگنال را در محیط نویزی، برای استخراج اطلاعات دقیق‌تر را برجسته می‌کند. شکل ۴، FFT سیگنال LFM ارسالی به همراه سیگنال نویزی دریافت شده توسط حسگر اول ULA را نشان می‌دهد. شکل ۴ (a)، FFT سیگنال ارسالی را نشان می‌دهد که یک نمودار تقریباً پیوسته و صاف است که از فرکانس شروع $f_0=5$ MHz تا پهنای باند 50 MHz گسترش دارد (تقریباً از 5 تا 55 MHz). شکل ۴ (b)، FFT سیگنال دریافت شده توسط حسگر اول ULA را که آغشته به نویز AWG شده و در محدوده تقریبی قبلی نشان می‌دهد. شکل ۵، نمودار مربوط به لبه‌های فرکانسی سیگنال LFM بازیابی شده به همراه سیگنال مرجع را در حوزه زمان فرکانس نشان می‌دهد. شکل ۵، به‌ازای تعداد نمونه‌های $N=3300$ ، تعداد حسگر $M=5$ ، تعداد سطوح تبدیل موجک $J=7$ ، موجک مادر $\{db4\}$ و در $SNR=5$ dB ثبت گردیده است. شکل ۵ (a) مربوط است به لبه‌های فرکانسی سیگنال LFM بازیابی شده و شکل ۵ (b) مربوط است به لبه‌های فرکانسی سیگنال LFM اصلی فرستنده بدون نویز در حوزه TF است. تشابه در دو شکل نشان‌دهنده این است که بازیابی سیگنال و فرآیند پردازشی آن به خوبی انجام گرفته است. البته کاهش SNR منجر به کاهش وضوح سیگنال بازیابی شده و افزایش خطا می‌گردد. از طرفی افزایش تعداد حسگرها به افزایش کیفیت تخمین کمک می‌کند.

سطح موجک (J)	میانگین نقاط کل	میانگین نقاط پرنرزی	درصد میانگین
۱	۱۶۵۳	۲۱۷.۶	۱۳.۱۶۴
۲	۸۳۰	۱۱۱.۴	۱۳.۴۲۲
۳	۴۱۸	۷۹.۶	۱۹.۴۳
۴	۲۱۲	۳۲.۴	۱۵.۲۸۳
۵	۱۰۹	۱۰.۸	۹.۹۰۸
۶	۵۸	۳.۸	۶.۵۵۲

به طور کلی، سیگنال در سطوح میانی تجزیه (سطح ۳ و ۴) بیشترین تمرکز انرژی را دارد که می تواند نشان دهنده ویژگی های اصلی سیگنال باشد که در این مقیاس های زمانی-فرکانسی بروز می کنند. کاهش تعداد نقاط و درصد انرژی در سطوح بالاتر (جزئیات دقیق تر) ممکن است به دلیل نویز کمتر یا حذف اجزای کم اهمیت تر باشد. این الگو می تواند برای بازیابی سیگنال و یا استخراج ویژگی های مهم آن در داده های دریافتی از حسگرها مفید باشد.

از سویی، افزایش سطوح تبدیل موجک تا حد منطقی باعث بهبود تفکیک زمانی-فرکانسی، افزایش دقت بازیابی سیگنال و حذف بهتر نویز می شود، اما افزایش بیش از حد سطوح ممکن است باعث از دست رفتن جزئیات مهم و افزایش هزینه محاسباتی شود. برای سیگنال LFM راداری معمولاً استفاده از سطوح میانی بهینه است تا تعادل خوبی بین دقت بازیابی و پیچیدگی محاسباتی برقرار شود.

۵-۲- تخمین RMSE و RFE پارامترها

در ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی، دقت بازیابی سیگنال با استفاده از دو معیار RMSE^{۱۹} و RFE^{۲۰} اندازه گیری شده است. خطای تخمین سیگنال با استفاده از رابطه زیر تعریف می شود:

$$RMSE_x = \sqrt{\frac{1}{R_e} \sum_{u=1}^{R_e} (s - \hat{s}_u)^2} \quad (29)$$

در این رابطه، $\hat{s}_u$ نمایانگر سیگنال بازیابی زده شده، s سیگنال اصلی و R_e تعداد کل تکرارهای اجرای آزمایش است. همچنین، معیار RFE به صورت زیر تعریف می شود:

مطابق شکل ۶، با افزایش SNR خطای RMS نرمالیزه شده سیگنال بازیابی شده کاهش یافته است. خطای RMS مقدار متوسط تفاوت بین فرکانس های لبه سیگنال بازیابی شده و فرکانس های لبه واقعی مرجع را نشان می دهد. نرمالیزه کردن یعنی تقسیم بر نرم سیگنال مرجع که باعث می شود خطا قابل مقایسه بین سیگنال های مختلف باشد و به مقیاس سیگنال بستگی نداشته باشد. مقدار خطای RMS نرمالیزه ۰/۰۶۲ به این معنی است که تخمین فرکانس سیگنال به طور متوسط فقط ۶/۲ درصد با مقدار واقعی اختلاف دارد. این مقدار نسبتاً کوچک و نشان دهنده دقت خوب بازیابی سیگنال است.

۵-۱- تخمین نقاط پرنرزی

جدول (۲)، تحلیل نقاط پرنرزی در سطوح مختلف تبدیل موجک (با موجک مادر «db4») را نشان می دهد. تبدیل موجک از داده های خروجی حسگرهای ULA گرفته شده است. برخی از ویژگی های جدول (۲) عبارتند از:

(۱) تعداد کل نقاط در هر سطح با افزایش سطح کاهش پیدا می کند. به طوری که از حدود ۱۶۵۳ نقطه در سطح ۱ به ۵۸ نقطه در سطح ۶ می رسد.
(۲) تعداد نقاط پرنرزی نیز به طور کلی کاهش می یابد، اما نسبت درصد نقاط پرنرزی به کل نقاط در برخی سطوح افزایش دارد.

(۳) درصد نقاط پرنرزی در سطح ۳ و ۴ بالاترین مقدار را دارند (حدود ۲۰٪ و ۱۵٪) که نشان می دهد در این سطوح تمرکز بیشتری از انرژی سیگنال وجود دارد.

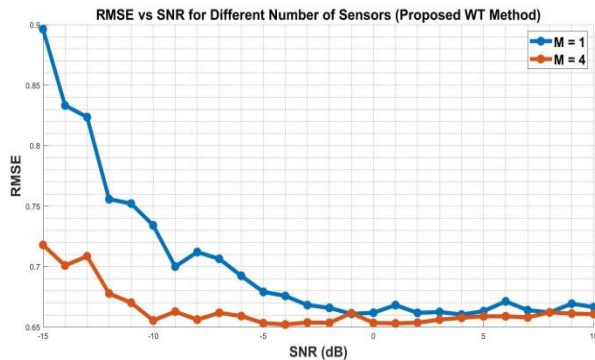
(۴) در سطوح بالاتر (سطح ۵ و ۶)، هم تعداد کل نقاط و هم نقاط پرنرزی کاهش قابل توجهی دارند، به خصوص در سطح ۶ که درصد نقاط پرنرزی به ۳/۸٪ می رسد.

جدول (۲): نقاط پرنرزی سطوح مختلف تبدیل موجک

^{۱۹} Root Mean Square Error (RMSE)

^{۲۰} Relative Frequency Error (RFE)

$$J = 4, T = 15 \mu s, M = 5 \text{ (به‌ازای } 3/8555 \times 10^{-3} \text{ و } 5/6285 \times 10^{-4} \text{)} \text{ 'db4'} \text{ بوده است.}$$



شکل (۸): نمایش RMSE سیگنال بازبازی شده با دو حسگر مختلف

۴-۵- تأثیر افزایش تعداد حسگرها

شکل ۸، نمودار خطای RMS سیگنال بازبازی شده را در محدوده SNR برای دو حسگر مختلف ترسیم نموده است. در نواحی SNR پایین (حدود -۱۵ dB تا -۵ dB)، RMSE به‌طور قابل توجهی برای $M=4$ کمتر از $M=1$ است، یعنی افزایش تعداد حسگرها موجب پایداری بیشتر و کاهش خطا در شرایط نویزی می‌شود. برای $M=1$ در محدوده SNR پایین نوسان خطا زیاد است، اما برای $M=4$ منحنی رفتاری پایدارتر و یکنواخت‌تر دارد. در بازه SNR بالا (۰ تا ۱۰ dB) هر دو روش به محدوده خطای کم همگرا می‌شوند، ولی $M=4$ همچنان کمی عملکرد بهتر دارد. بنابراین، مزیت استفاده از چند حسگر در بازه SNR متوسط و پایین بیشترین نمود را دارد، جایی که نویز غالب است. ضمن اینکه، افزایش تعداد حسگرها موجب کاهش RMSE و بهبود بازبازی سیگنال در WT، به‌ویژه در بازه SNR پایین می‌شود.

۵-۵- تأثیر ضریب آستانه موجک

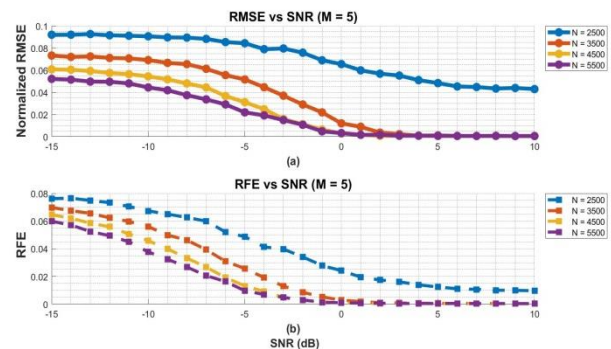
شکل ۹، خطای RMS سیگنال بازبازی شده را برای سه ضریب آستانه $[0/1, 0/5, 0/9]$ و در محدوده SNR $\in [-15, 10]$ dB ترسیم نموده است. مطابق شکل ۹ با افزایش SNR اندازه خطای RMS به‌ازای تمامی ضرایب فوق به‌صورت پیوسته کاهش می‌یابد. برای مقادیر بالاتر SNR، خطای RMS به حداقل مقدار خود و مقدار ثابت میل می‌کند (به‌طوری که به‌ازای ضریب آستانه ۰/۱ برای $SNR > -4$ dB خطای RMS به سمت مقدار کمتر از ۰/۵۲ میل می‌کند). شکل ۹، براساس تبدیل موجک پیوسته با ضرایب آستانه متفاوت موجک پایه موریس و برای سیگنالی با پهنای باند $B = 5$ MHz و تعداد حسگر $M = 4$ ترسیم شده است.

$$RFE_x = \frac{1}{R_e} \sum_{u=1}^{R_e} \frac{|s - \hat{s}_u|}{s} \quad (30)$$

در این پژوهش، SNR در بخش گیرنده مطابق رابطه‌ی (۴) و متناسب با سیگنال دریافتی بر روی آرایه‌ی حسگرهای ULA فرض شده است.

۳-۵- تأثیر افزایش نمونه‌برداری سیگنال

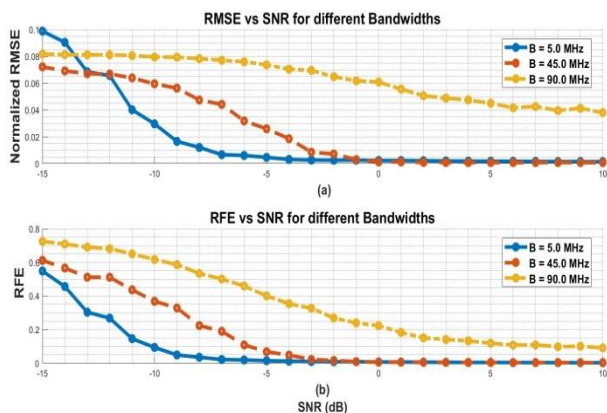
شکل ۷، نمودار خطای RMS نرمالیزه شده و RFE سیگنال بازبازی شده را در محدوده SNR $\in [-15, 10]$ dB برای تعداد نمونه‌های مختلف سیگنال، در شرایطی که تعداد نمونه‌های سیگنال دریافتی مختلف است و دیگر متغیرها



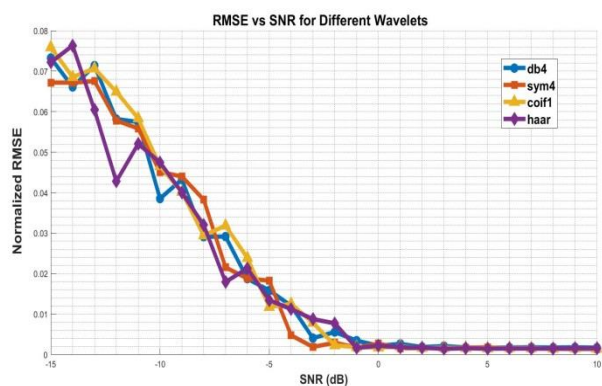
شکل (۷): نمایش خطای سیگنال بازبازی شده LFM با نمونه‌های مختلف سیگنال (a) RMS و (b) RFE

ثابت نگهداشته شده، ترسیم نموده است. شکل ۷ (a)، نمودار خطای RMS نرمالیزه شده را برحسب SNR به‌ازای چهار N مختلف نشان می‌دهد. متناسب با متغیرهای در نظر گرفته شده، شکل فوق بیان می‌کند که تعداد نمونه‌های کمتر از ۲۵۰۰ منجر به خطای بزرگ در تخمین سیگنال LFM بازبازی شده می‌گردد. هرچند بزرگ در نظر گرفتن N (و افزایش فرکانس نمونه‌برداری) هم منجر به افزایش حجم داده و محاسبات می‌گردد و میزان بهبود عملکرد (شیب منحنی) ممکن است کاهش یابد و تأثیر چندانی در افزایش دقت تخمین و کاهش خطای محاسبات نمی‌کند. ضمن این که مطابق شکل ۷ (a) منحنی به‌ازای $N=5500$ کمترین خطای RMS را ثبت نموده است.

شکل ۷ (b)، نمودار خطای RF را ثبت نموده و نتایج آن مشابه شکل ۷ (a) است. با این تفاوت که مقدار خطای RMS نرمالیزه شده در تمامی محدوده SNR از خطای RF کمتر ثبت گردیده است. به‌طور کلی، در شرایط حاکم برای شکل ۷، کمترین خطای RMS نرمالیزه و RF ثبت شده به‌ترتیب



شکل (۱۰): نمایش خطای سیگنال بازیابی شده LFM با پهناهای مختلف (a) RMS (b) RF

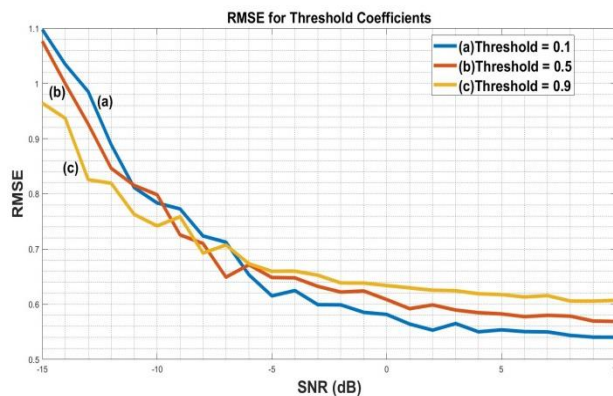


شکل (۱۱): نمایش خطای RMS سیگنال بازیابی شده LFM به ازای چهار موجک پایه

مطابق شکل ۱۱، با تغییر موجک مادر تبدیل موجک گسسته و افزایش SNR، تغییرات خطا به روند کاهشی فوق ادامه می دهند و همگی برای $SNR > +1$ dB مقدار خطای RMS نرمالیزه شده به سمت مقدار کمتر از ۰/۰۰۲ میل می کنند. هرچند که تبدیل موجک مادر $\{sym4\}$ در محدوده $SNR < 0$ عملکرد بهتری برخوردار است.

۵-۸- تأثیر سطوح مختلف WT سیگنال

شکل ۱۲، نمودار خطای RMS نرمالیزه شده سیگنال بازیابی شده را به ازای سطوح مختلف تبدیل موجک سیگنال LFM در محدوده SNR به ازای ۵۰ بار اجرای برنامه ترسیم نموده است. مطابق شکل ۱۲، با افزایش سطوح تبدیل موجک گسسته و افزایش SNR، تغییرات خطا به روند کاهشی فوق ادامه



شکل (۹): نمایش خطای سیگنال بازیابی شده LFM

۵-۶- تأثیر افزایش پهنای باند سیگنال

شکل ۱۰، نمودار RMSE نرمالیزه شده و RFE سیگنال بازیابی شده را برای سه مقدار مختلف پهنای باند سیگنال $[5, 45, 90]$ MHz و در بازه $SNR \in [-15, 10]$ dB ترسیم نموده است. مطابق شکل ۱۰ (a)، به ازای تمامی پهنای باندی در نظر گرفته شده، با افزایش SNR، خطای RMS نرمالیزه شده کاهشی است. مطابق شکل، برای مقادیر بالاتر SNR، خطای RMS به حداقل مقدار خود و مقدار ثابت میل می کند (به طوری که به ازای BW ۵ MHz برای $SNR > -7$ dB مقدار خطای RMS نرمالیزه شده به سمت مقدار کمتر از ۰/۰۰۵ میل می کند). ضمن اینکه بین سه مقدار BW، مقدار پهنای باند ۵ MHz دارای خطای RMS کمتر است و سیگنال LFM شیب کاهشی سریعتر را ثبت نموده است. نتایج شکل ۱۰ (b)، مشابه حالت (a) با خطای بیشتر ثبت گردیده است. به طور کلی، در شرایط حاکم برای شکل ۱۰، کمترین خطای RMS نرمالیزه و RF ثبت شده به ازای $B = 45/0$ MHz و $SNR = 10$ dB، $J = 4$ ، $T = 10 \mu s$ ، $R_e = 50$ ، و ضریب آستانه ۰/۵، به ترتیب ۰/۰۰۷ و ۰/۰۳۵ بوده است.

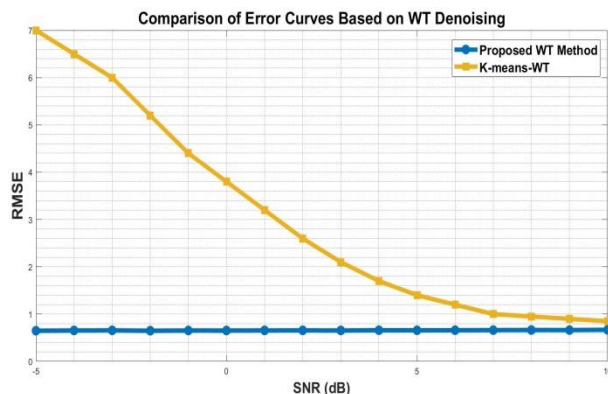
۵-۷- تأثیر موجک پایه WT سیگنال

شکل ۱۱، نمودار خطای RMS نرمالیزه شده سیگنال بازیابی شده را به ازای چهار موجک مادر $\{db4, sym4, coif1, haar\}$ سازگار با سیگنال LFM غیریابستا و با تغییرات سریع فرکانسی در محدوده $SNR \in [-15, 10]$ dB ترسیم نموده است.

تکرار اجرای برنامه تأثیر محدودی دارد اما باعث افزایش پایداری نتایج می‌شود.

۶- مقایسه روش پیشنهادی با دیگر روش‌ها

شکل ۱۳ منحنی اندازه RMSE بازبازی سیگنال LFM روش پیشنهادی WT-Thresholding-MVDR با روش WT-Kmeans مرجع [۱۸]، در بازه $SNRE[-5, 10]$ dB، به‌طور هم‌زمان مقایسه نموده است. مطابق شکل ۱۳، خطای RMS سیگنال بازبازی شده در روش پیشنهادی که به‌طور واضح در شکل ۸ به ازای $M=4$ نمایش داده شده، همواره در کل بازه SNR از خطای تخمین مرجع [۱۸] کمتر است که نشان‌دهنده موفقیت روش ارائه شده در نویزدایی از سیگنال می‌باشد. ضمن اینکه صاف بودن خطای روش پیشنهادی در مقایسه با روش WT-Kmeans به دلیل کاهش شدید خطای روش پیشنهادی به خصوص در بازه پایین SNR است.

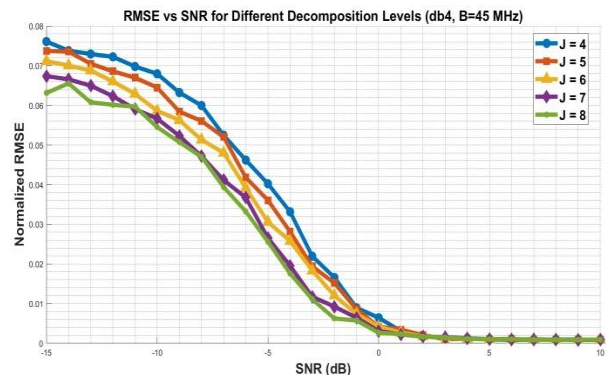


شکل (۱۳): نمایش مقایسه اندازه RMSE بازبازی سیگنال LFM با روش تبدیل موجک - خوشه‌بندی

۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله، روشی نوین و ترکیبی برای نویزدایی و بهبود بازسازی سیگنال LFM در محیط نویزی ارائه شده است که با بهره‌گیری از تبدیل موجک گسسته چندمقیاسی، آستانه‌گذاری تطبیقی و وزن‌دهی فضایی MVDR طراحی گردیده است. در ساختار پیشنهادی، ابتدا سیگنال دریافتی توسط آرایه حسگر دریافت می‌شود. سپس با اعمال تبدیل موجک، ضرایب سیگنال در سطوح مختلف استخراج شده و نقاط پرانرژی در ضرایب جزئیات با استفاده از آستانه‌گذاری آماری شناسایی می‌شوند. این نقاط، نشان‌دهنده ویژگی‌های مهم سیگنال هستند که از میان نویز جداسازی می‌گردند. پس از حذف نویز

می‌دهند و همگی برای $SNR > +3$ dB مقدار خطای RMS نرمالیزه شده به سمت مقدار کمتر از 0.002 میل می‌کند.



شکل (۱۲): نمایش خطای RMS سیگنال بازبازی شده LFM

به‌ازای سطوح مختلف WT

در این حالت، کمترین خطای RMS در $SNR=10$ dB بوده و برای سطوح مختلف $J=6, 7, 8$ مقدار 0.0009 ثبت گردیده است. به‌طور کلی، تأثیر تعداد سطوح تبدیل موجک (J) بر خطای RMS در بازبازی سیگنال LFM عبارتند از:

- (۱) سطوح پایین (J کم) وضوح زمانی بالاتری دارند و تغییرات سریع فرکانس را بهتر دنبال می‌کنند، اما نویز فرکانسی را کمتر حذف می‌کنند.
- (۲) سطوح بالا (J زیاد) وضوح فرکانسی بیشتری دارند ولی وضوح زمانی کاهش می‌یابد و ممکن است اجزای مهم سیگنال حذف شوند.
- (۳) در SNR پایین، سطوح متوسط تا بالا کمک به کاهش نویز می‌کنند ولی اگر خیلی زیاد شود خطا افزایش می‌یابد.
- (۴) در SNR بالا، سطوح پایین بهتر عمل می‌کنند چون نویز کمتر است و وضوح زمانی مهم‌تر است.

بنابراین، انتخاب بهینه J معمولاً در محدوده متوسط (۴ تا ۷) است که تعادل خوبی بین وضوح زمانی و فرکانسی ایجاد می‌کند.

در حالت کلی، با انتخاب بهینه پارامترهایی مانند تعداد نمونه، ضریب آستانه مناسب برای موجک، پهنای باند کمتر و موجک پایه مناسب (مثل «sym4» برای SNR پایین)، می‌توان در محدوده SNR متوسط تا بالا به‌طور چشمگیری خطای بازبازی سیگنال LFM را کاهش داد و نویزدایی را بهبود بخشید. همچنین، تنظیم سطح تبدیل موجک به گونه‌ای که تعادل بین وضوح زمانی و فرکانسی حفظ شود (سطوح پایین‌تر برای SNR بالا و سطوح متوسط برای SNR پایین) عملکرد بهینه‌ای ارائه می‌دهد. افزایش تعداد حسگرها و

- LMS in LFM CW radar*. Journal of Systems Engineering and Electronics, Vol. 32, No. 3, pp.573-583, 2021.
- [10] Zhang, H., Xu, D. and Wang, N., *Explicit bounds for joint range and direction-of-arrival estimation in MIMO radar*. Signal Processing, Vol. 211, p.109-123, 2023.
- [11] Wei, Z., Fu, N., Jiang, S., Li, X. and Qiao, L., *Parameter measurement of LFM signal with FRI sampling and nuclear norm denoising*. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 71, pp.1-17, 2022.
- [12] Guo, Z., Li, X. and Zhang, Y., *"Optimal speech signal processing based on dynamic multi-scale analysis (IEEE Access 2024)*. 2025
- [13] Zhang, Zhiyuan, Shengyan Li, and Jingjing Yao , *"Detection of Low SNR Random Noise Signal Based on Wavelet Transform"*, In 2023 IEEE 6th Information Technology, Networking, Electronic and Automation Control Conference (ITNEC), vol. 6, pp. 1087-1091. IEEE, 2023.
- [14] Ni J, Zhao J, Wu X, Wu P, *"Enhanced Symplectic Geometric Mode Decomposition via K-means Clustering for LFM Signal Denoising"*, In 2024 IEEE 7th International Conference on Electronic Information and Communication Technology (ICEICT) 2024 Jul 31 (pp. 91-94).2024.

با استفاده از ماسک سازی و حفظ ضرایب پرانرژی، بازسازی سیگنال با تبدیل معکوس موجک انجام می شود. در نهایت، با اعمال مجدد وزن دهی MVDR روی سیگنال های بازسازی شده حسگرها، تداخلات جهت دار حذف و کیفیت نهایی سیگنال تقویت می شود. از نظر عملکرد، روش پیشنهادی در بازسازی سیگنال LFM در شرایط نویزی با SNR نه چندان بالا، عملکرد مطلوبی نشان داده است. نتایج کمی شامل ثبت کمترین خطای RMS نرمالیزه شده در حدود ۰/۰۰۰۷ و بهبود محسوس SNR، با انتخاب صحیح پارامترهایی چون موجک مادر (مثلاً ۴db یا ۴sym)، سطح تبدیل، ضریب آستانه (بیشتر از ۰/۱) و تعداد مناسب نمونه ها (کمتر از ۵۵۰۰) حاصل شده است. ترکیب دقیق پردازش موجکی با انتخاب نقاط پرانرژی و اعمال ماسک بر آنها به همراه وزن دهی فضایی، این روش را به ابزاری کارآمد در حذف نویز و بازیابی مؤثر سیگنال LFM تبدیل کرده است.

مراجع

- [1] Abdelfattah, T., Maher, A., Youssef, A. and Driessen, P.F. *Seamless Optimization of Wavelet Parameters for Denoising LFM Radar Signals: An AI-Based Approach*. Remote Sensing, Vol. 16, No.22, pp. 4211, 2024.
- [2] Liu, Yuke, Chao Ma, Chaobo Chen, Lin Li, and Siarhei Melnikau. *"Noise Suppression of Linear Frequency Modulated Signals Based on Fractional Fourier Transform."* In 2024 4th International Conference on Electronics, Circuits and Information Engineering (ECIE), pp. 388-392. IEEE, 2024.
- [3] B. Boashash, *"Time-Frequency Signal Analysis and Processing: A Comprehensive Review"*, 2nd ed.: Elsevier Science, eBook, 2015.
- [4] R.G. Stockwell, L. Mansinha, R.P. Lowe, *"Localization of the complex spectrum: the S transform"*, IEEE Trans. Signal Process, vol. 44, no. 4, pp. 998-1001, 1996.
- [5] Q. Zhang, Y. Liu, X. Zhang, *"Parameter Estimation of Non-modulated or Modulated Frequency-Hopping Signals"*, IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing. IEEE, pp. 1-4, 2016.
- [6] L. Deng, T. Zhang, J. Jin, *"Application of Rearrangement Spectrogram in Parameter Estimation of Frequency-Hopping Signal"*, Computer Engineering and Design, Vol. 34, No. 10, pp. 3422-3426, 2013.
- [7] Su, H., Pan, J., Bao, Q. and Chen, Z., *Parameter estimation of linear frequency modulated signals based on a Wigner-Ville distribution complex-valued convolutional neural network*. Journal of Applied Remote Sensing, Vol. 14, No. 3, pp.036512-036512, 2020.
- [8] Lin, Meiyang, Ye Tian, Xiaoxu Zhang, and Yonghui Huang, *"Parameter estimation of frequency-hopping signal in uca based on deep learning and spatial time-frequency distribution."* IEEE Sensors Journal, Vol. 23, No.7, pp. 7460-7474, 2023.
- [9] Yongjiang, L.U.O., Luhao, B.I. and Dong, Z.H.A.O., *Adaptive digital self-interference cancellation based on fractional order*